Фототриангулация по метода на сноповото изравнение.

Съществената особеност на този метод е едновременното построение и изравнение на целия аналитичен модел за всички снимки от обекта. И тук се разглеждат методи за блокова и ивична аналитична фототриангулация.

Като изходни данни за построяване на модела (уравнения на измерванията) се използват уравненията за колинеарност, изразяващи зависимости между координати на точки от снимката и координати на същите точки от местността.

Считайки, че приблизителните значения на координатите на точки от местността и ЕВО (елементите на външно ориентиране) на снимките са известни уравненията за колинеарност от вида:

$$x - x_0 = -f\left(\frac{a_1(X - X_0) + b_1(Y - Y_0) + c_1(Z - Z_0)}{a_3(X - X_0) + b_3(Y - Y_0) + c_3(Z - Z_0)}\right)$$
$$y - y_0 = -f\left(\frac{a_2(X - X_0) + b_2(Y - Y_0) + c_2(Z - Z_0)}{a_3(X - X_0) + b_3(Y - Y_0) + c_3(Z - Z_0)}\right) \quad (161)$$

могат да доведат до уравнения на поправките от вида:

$$V_X = A_1\delta X_0 + A_2\delta Y_0 + A_3\delta Z_0 + A_4\delta\alpha + A_5\delta\omega + A_6\delta\chi + A_7\delta X + A_8\delta Y + A_9\delta Z + L_X$$
$$V_Y = B_1\delta X_0 + B_2\delta Y_0 + B_3\delta Z_0 + B_4\delta\alpha + B_5\delta\omega + B_6\delta\chi + B_7\delta X + B_8\delta Y + B_9\delta Z + L_Y \quad , \quad (162)$$

където:

$A_1..A_9, B_1..B_9$ са частните производни спрямо съответните елементи на ориентиране, приети за неизвестни;

$L_X = x' - x_0, L_Y = y' - y_0$ са свободните членове, определени като разлика от приблизителните (означени с "′")стойности на функциите и измерените;

$a_1..a_3, b_1..b_3, c_1..c_3$ са елементите на трансформационната матрица и са функции на ъгловите елементи на външното ориентиране (α, ω, χ)

Приема се че предварително са определени елементите на вътрешното ориентиране на снимките (x_0, y_0, f)

За неизвестни в горните уравнения са приети елементите на външното ориентиране и геодезическите координати на точките.

Всяка точка при аналитичните измервания дава четири координатни уравнения (две за едната снимка и две за другата снимка). Коефициентите в уравненията на поправките имат вида:

$$A_1 = \frac{\partial x}{\partial X_0} = \frac{1}{Z^*}\left[a_1 f + a_3(x - x_0)\right]; A_2 = \frac{\partial x}{\partial Y_0} = \frac{1}{Z^*}\left[b_1 f + b_3(x - x_0)\right]; A_3 = \frac{\partial x}{\partial Z_0} = \frac{1}{Z^*}\left[c_1 f + c_3(x - x_0)\right]$$

$$A_4 = \frac{\partial x}{\partial \alpha} = \frac{f}{Z^*}\left[c_1(X - X_0) - a_1(Z - Z_0)\right] + \frac{x - x_0}{Z^*}\left[c_3(X - X_0) - a_3(Z - Z_0)\right]$$

$$A_5 = \frac{\partial x}{\partial \omega} = -f\sin\chi + (x - x_0)\left[\tan\omega + \frac{Y - Y_0}{Z^*\cos\omega}\right]; \; A_6 = \frac{\partial x}{\partial \chi} = y - y_0$$

$$Z^* = a_3(X - X_0) + b_3(Y - Y_0) + c_3(Z - Z_0);$$

$$A_7 = \frac{\partial x}{\partial X} = -\frac{1}{Z^*}\left[a_1 f + a_3(x - x_0)\right]; A_8 = \frac{\partial x}{\partial Y} = -\frac{1}{Z^*}\left[b_1 f + b_3(x - x_0)\right];$$

$$A_9 = \frac{\partial x}{\partial Z} = -\frac{1}{Z^*}\left[c_1 f + c_3(x - x_0)\right]$$

$$B_1 = \frac{\partial y}{\partial X_0} = \frac{1}{Z^*}\left[a_2 f + a_3(y - y_0)\right]; B_2 = \frac{\partial y}{\partial Y_0} = \frac{1}{Z^*}\left[b_{21} f + b_3(y - y_0)\right]; B_3 = \frac{\partial y}{\partial Z_0} = \frac{1}{Z^*}\left[c_2 f + c_3(y - y_0)\right]$$

$$B_4 = \frac{\partial y}{\partial \alpha} = \frac{f}{Z^*}\left[c_2(X - X_0) - a_2(Z - Z_0)\right] + \frac{y - y_0}{Z^*}\left[c_3(X - X_0) - a_3(Z - Z_0)\right]$$

$$B_5 = \frac{\partial y}{\partial \omega} = -f\cos\chi + (y - y_0)\left[\tan\omega + \frac{Y - Y_0}{Z^*\cos\omega}\right]; B_6 = \frac{\partial y}{\partial \chi} = -(x - x_0)$$

$$B_7 = \frac{\partial y}{\partial X} = -\frac{1}{Z^*}\left[a_2 f + a_3(y - y_0)\right]; B_8 = \frac{\partial y}{\partial Y} = -\frac{1}{Z^*}\left[b_2 f + b_3(y - y_0)\right];$$

$$B_9 = \frac{\partial y}{\partial Z} = -\frac{1}{Z^*}\left[c_2 f + c_3(y - y_0)\right], \qquad (163)$$

а тези на трансформационната матрица:

$$a_1 = \cos\alpha\cos\chi - \sin\alpha\sin\omega\sin\chi \quad a_2 = \cos\alpha\sin\chi - \sin\alpha\cos\omega\cos\chi$$

$$a_3 = \sin\alpha\cos\omega$$

$$b_1 = \cos\omega\sin\chi$$

$$b_2 = \cos\omega\cos\chi$$

$$b_3 = \sin\omega$$

$$c_1 = \sin\alpha\cos\chi + \cos\alpha\sin\omega\sin\chi$$

$$c_2 = \sin\alpha\sin\chi + \cos\alpha\sin\omega\cos\chi$$

$$c_3 = \cos\alpha\cos\omega \qquad (164)$$

Общият брой на уравненията на поправките ще бъде $M = 2m$ -броя на изображенията на точката върху снимките.

При ивичната фототриангулация всяка точка се изобразява на две или три снимки и дава четири или шест уравнения.

Общото число на неизвестните в този случай ще бъде: $N = 6n + 3k$

N е броя снимки;

κ-брой новоопределяеми при фототриангулацията точки.

Фотограметрична мрежа може да построим ако се изпълнено условието: $M > N$

Системата уравнения на поправките се решава по метода на приближенията (функционална итерация на Нютон) при изпълнение на условието:

$$\left[pv^2 + p'v'^2\right] = \min, \qquad (165)$$

където p, p' са тежестите на измерените величини x, y.

Като критерий за достигане на решението може да се използва:

- разлика в относителните грешки при две последващи итерации да е по-малка от начално зададена разлика съизмерима с точността на аналитичните измервания ;

$$\frac{\partial X_i^{(k)}}{X_i} - \frac{\partial X_i^{(k-1)}}{X_i} < \delta, \quad \delta \le 0.001 - 0,0001мм \qquad (166)$$

- минимална разлика на вертикалния паралакс в модела;
- минимална разлика в определяне стойността на определено неизвестно.

Точност на фототриангулация. Систематични грешки.

За да обосновем точността на аналитичната фототриангулация нека се спрем на натрупването на грешките в положението на точките в една ивица, състояща се от n стерео двойки и нека при построяването на първия модел е допусната грешка dX_1.Тази грешка довежда до грешка в n-тия модел ndX_1. Грешката в определяне на във втория модел е dX_2, която ще доведе до грешка в n-тия модел $(n-1)dX_2$. По този начин може да се напише:

$$\begin{array}{ll}
\text{Грешка} & \text{довежда до грешка} \\
dX_1 & ndX_1 \\
dX_2 & (n-1)dX_2 \\
dX_3 & (n-2)dX_3 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \\
dX_{n-1} & 2dX_{n-1} \\
dX_n & dX_n
\end{array} \qquad (167)$$

Приемайки че тези грешки имат случаен характер и още че $dX_1 = dX_2 = \ldots = dX_n = m_x$ за крайната точка от ивицата ще имаме:

$$m_{X_n} = m_x\sqrt{1^2 + 2^2 + \ldots + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2} \quad \text{или}$$

$$m_{X_n} = m_x\sqrt{\frac{1}{6}(2n^3 + 3n^2 + n)} \approx 0.58n^{\frac{3}{2}}m_x\,,\; n \ge 5 \qquad (168)$$

Аналогично може да се намери средната квадратна грешка в определянето на Y и Z. В крайна сметка за грешката в положението на точка при ивична аналитична фототриангулация може да се напише:

$$m_{X_n} = 1.1mm_q n^{3/2}; m_{Y_n} = 0.57mm_q n^{3/2}; m_{Z_n} = 0,93\frac{f}{b}mm_q n^{3/2} \qquad (169)$$

m е мащабното число на снимката;

m_q е средната квадратна грешка на измерванията при отстраняване на вертикалния паралакс;

b -дължината на базиса на фотографиране в мащаба на снимката

Ако при ивичната фототриангулация са използвани опорни точки в край щата на ивицата, най неточни се явяват точките в средата на ивицата. В този случай са в сила емпирично изведените формули