Пространствена фототриангулация в цифровата фотограметрия

В цифровата фотограметрия се използват аналитични методи за пространствена фототриангулация, съобразени с геометричния модел на формираните изображения.

Целта на фототриангулацията е сгъстяване на опорните точки, необходими за обезпечаване на различни технологични процеси. В резултат на фототриангулацията се определят и елементите на ориентиране на снимките.

В ситемите за цифрова фотограметрия се използват предимно аналитични методи за фототриангулация, като се извършват аналитични измервания в стереодвойки в аналитични и цифрови фотограметрични системи.

Като неизвестни параметри се явяват елементите на външното ориентиране на снимката (ЕВО) и координатите на точките от местността. Те се намират по пътя на решаване на система нелинейни уравнения. (това е един класически начин за решение на задачата). Понеже измерванията са повече от необходимия брой, се прилага изравнение по Метода на най-малките квадрати (МНМК). Такива методи за решаване на нелинейна система от уравнения, при която броят на неизвестните е много голям не са разработени напълно. Затова тези системи се решават по правило чрез използване на числени методи. В общия случай въпросите за сходимост и устойчивост на решението, както и за оценка на точността изискват специални теоретични и емпирични доказателства. Често при аналитичната фототриангулация се прилага метода на функционалната итерация (метод на Нютон)

Метод на функционалната итерация.

При този метод нелинейните уравнения , изразяващи условията за колинеарност и компланарност във вида :

$$f_1 = (x_1, x_2 .. x_k) = 0 \qquad (108)$$

се привеждат в линеен вид като се спира в развитието до членовете от първи порядък. Получава се система линейни уравнения относно поправките към приблизително зададените значения на неизвестните $x_1, x_2 .. x_k$.Уравненията на поправките имат вида :

$$\begin{aligned} & A_i \cdot \sigma x_1 + B_i \cdot \sigma x_2 + C_i \cdot \sigma x_3 + ... \\ & + K_i \cdot \sigma x_k + \{[f(x_1{}^o, x_2{}^o, x_3{}^o ... x_k{}^o]_i\}^o = 0 \end{aligned} \qquad (109)$$

$A, B, C .. K_n$ са частните производни на изходната функция по неизвестните параметри.

Така съставената линейна система се обработва по МНМК. С намерените поправки се получават нови стойности за приблизителните значения на неизвестните и се намират отново стойности за коефициентите в уравненията на поправките и за свободните членове. Изчисленията се повтарят дотогава , докато не се изпълни зададено условие (например определена минимална стойност на вертикалния паралакс в модела) или поправките не станат по-малки от предварително зададена величина най-често това е разликата в относителните грешки на неизвестните от две последващи итерации. (Приема се тя да е по-малка от число, съизмеримо с точността на входните данни). Броят на итерациите зависи от началните значения на неизвестните.

При такъв подход на работа , се изисква уравненията на поправките да имат не изродена матрица U, от вида :

$$U_{(n,k)} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 & \ldots & K_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 & \ldots & K_2 \\ . & . & . & . & \cdots & . \\ A_n & B_n & C_n & D_n & \cdots & K_n \end{pmatrix} \quad rang(U_{n,k}) = \min(n,k) \tag{110}$$

При вертикална матрица **U (n>k)** е възможно разлагането :

$$U_{(n,k)} = D_{(n,k)} T_{(k,k)} \tag{111}$$

$D_{(n,k)}$-правоъгълна матрица от типа на $U_{(n,k)}$, а

$T_{(k,k)}$- е триъгълна матрица.

При параметрично изравнение на свободни мрежи, към каквито често се причисляват задачите от аналитичната фототриангулация, матрицата на уравненията на поправките може да стане сингулярна (изродена), тъй като за голяма част от новоопределяемите точки са известни само приблизителните им координати. Когато **U** е изродена тя се разлага ортонормирано като при разлагането матрицата D има толкова нулеви елементи, колкото е дефектът на **U**. На нулевите колони на **U** ще съответстват нулеви редове в **T**.

Трябва да се подчертае също, че обикновено като измерени величини в изравнението влизат образните координати, като не се отчита корелационната зависимост между образни координати и измерените паралакси (счита се че тази корелация е слаба, което е потвърдено от практиката). Това води до нарушаване на строгостта на разглеждане, от гледна точка на МНМК, използван най-често при получаване на аналитичния модел. При тази предпоставка най-често за създаване на аналитичен модел се прилага параметрично изравнение по МНМК, като за уравнения на измерванията се използват уравненията за колинеарност, а неизвестни параметри са ЕВО на снимките (“метод на единичните връзки”).

Последващата обработка по МНМК (Метод на най-малките квадрати) може да стане както по преки (без образуване на нормална система), така и по непреки (с образуване на нормална система) начини.

Ще се спрем от непреките методи на метода на Холецки-Банахевич- Златанов, (*алгоритъм Z*) водещ до възможности за съкратен запис както на уравненията на поправките, така и на нормалната система. Изчислителният процес може да се организира с използване на релационна база от индексирани и свързани таблици и чрез актуализиране и промяна на съдържанието им от СУБД (система за управление на база данни) да се постигне по-голяма ефективност и прозрачност на изчислителния процес. Матричният запис на уравненията на поправките е:

$$\underset{(n,1)}{V} = \underset{(n,m)}{B}\ \underset{(m,1)}{\overline{X}} + \underset{(n,1)}{F} \tag{112}$$

n- брой измервания;

m- брой неизвестни, при корелационна матрица

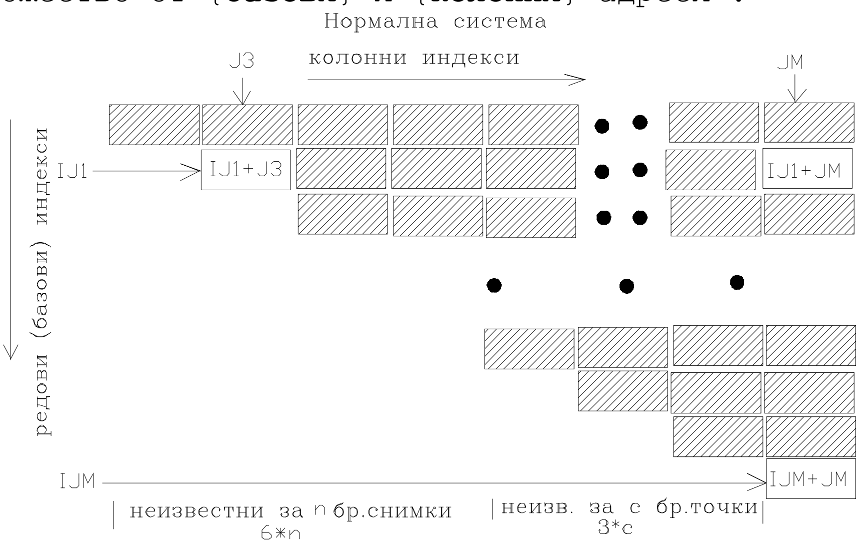
$$Q_F = Q_L\ ,\quad Rang(B) = m\ ,\quad Rang(Q_L) = n \tag{113}$$

При прилагане на Алгоритъм Z се образува матрицата **Z** във вида:

$$\underset{(q,q)}{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ & Z_{22} & Z_{23} \\ & & Z_{33} \end{bmatrix},\ q = m + n + 1; \qquad \underset{(m,m)}{Z_{11}} = N = (B^t Q_L^{-1} B),$$

$$\underset{(m,1)}{Z_{12}} = M = (B^t Q_L^{-1} F) \quad \underset{(m,n)}{Z_{13}} = B^t\ \underset{(1,1)}{Z_{22}} = F^t Q_L^{-1} F \quad \underset{(1,n)}{Z_{23}} = F^t \quad \underset{(n,n)}{Z_{33}} = 0 \tag{114}$$

За всяко уравнение на поправките, може да се използва едномерен масив и да се изчисли участието на всяко уравнение при образуване на нормалната система и оттам и на матрицата **Z,** съхранението на която обикновено е в едномерен масив и достъпът до елементи от този масив е удачно да се извършва чрез използване на множество от {**базови**} и {**колонни**} адреси .



(фиг.49)

Достъпът до елемент от съкратения запис на матрицата **Z** в едномерен масив се дава с изчисляване на индекса от масива **IJ**

$$IJ = (i-1)\cdot(2\cdot(U+1)-i)/2 + j \tag{115}$$

Тук **IJ** е текущия номер;

U- брой на неизвестните;

i - номера на реда

j - номера на колоната

За **n**- брой снимки и с -брой нови точки:

$U = 6 \cdot n + 3 \cdot c$ (116)

От тази формула се изхожда за да се изчислят индексите за коефициентите при попълване на нормалната система. Най-напред се смятат номерата на неизвестните в прочетения ред от таблицата (множество на колонни адреси -{**колонен**}):

$$\begin{aligned}
&J1 = 6 \cdot I_S - 5; J2 = 6 \cdot I_S - 4; J3 = 6 \cdot I_S - 3;\\
&J4 = 6 \cdot I_S - 2; J5 = 6 \cdot I_S - 1; J6 = 6 \cdot I_S;\\
&J7 = 6 \cdot n + 3 \cdot I_t - 2; J8 = 6 \cdot n + 3 \cdot I_t - 1; J9 = 6 \cdot n + 3 \cdot I_t;\\
&JM = 6 \cdot n + 3 \cdot c + 1;
\end{aligned} \qquad (117)$$

или {**колонен**}={**J1,J2,J3,J4,J5,J6,J7,J8,J9,JM**}; (118)

J1÷J9 са индексите за неизвестните от реда , **JM** е индекса за свободния член.

Формула се модифицира , като от нея се изчислява само частта, отнасяща се за съответния ред . Така се стига до базовите (редови -{**базов**}) адреси :

$$\begin{aligned}
&IJ1 = (J1 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J1)/2; && IJ6 = (J6 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J6)/2;\\
&IJ2 = (J2 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J2)/2; && IJ7 = (J7 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J7)/2;\\
&IJ3 = (J3 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J3)/2; && IJ8 = (J8 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J8)/2;\\
&IJ4 = (J4 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J4)/2; && IJ9 = (J9 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J9)/2;\\
&IJ5 = (J5 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J5)/2; && IJM = (JM - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - JM)/2
\end{aligned}$$

{**базов**}={**IJ1,IJ2,IJ3,IJ4,IJ5,IJ6,IJ7,IJ8,IJ9,IJM**}

(119)

Адреса на всеки елемент от нормалната система ще се получи от сумата на базовия адрес и колонния адрес :

{*адрес на елемент*}={*базов*}+{*колонен*} (120)

Същността на **Z**- алгоритъма се състои в последователно преобразуване на матрицата **Z**, за целта се използват формули :

$$Z_{kk}^{(k)} = +\sqrt{Z_{kk}^{(k-1)}} \qquad Z_{kj}^{(k)} = Z_{kj}^{(k-1)} / Z_{kk}^{(k)}, j = \overline{k+1,q}$$

$$Z_{ij}^{(k)} = Z_{ij}^{(k-1)} - Z_{ki}^{(k)} Z_{kj}^{(k)}, i = \overline{k+1,q}., j = \overline{i,q} \qquad (121)$$

След **m**- редукции за **Z** се получава:

$$\tilde{Z} = \begin{bmatrix} R & \rho & B^t \\ - & V^t Q_L^{-1} V & V^t \\ - & - & Q_L \end{bmatrix}, \ \overline{R} = \begin{bmatrix} R & \rho \\ - & 1 \end{bmatrix}, \quad \overline{R}^{-1} = \begin{bmatrix} R^{-1} & X \\ - & 1 \end{bmatrix} \qquad (122)$$

Корелационната матрица за неизвестните Q_X се изчислява по формулата:

$$Q_X = R^{-1} R^{-1'} \tag{123}$$

Определянето на неизвестните трансформационни параметри, които в случая са и елементите на външното ориентиране по метода на функционалната итерация се извършва като се налага критерий (допуск) за сходимост при решението. Най-често това е разликата в относителните грешки на неизвестните от две последващи итерации. (Приема се тя да е по-малка от число, съизмеримо с точността на входните данни).

При параметрично изравнение на свободни мрежи, към каквито често се причисляват задачите от аналитичната фототриангулация, матрицата на уравненията на поправките може да стане сингулярна (изродена), тъй като за голяма част от новоопределяемите точки са известни само приблизителните им координати. Може да се направи обосновка за начина на ортонормираното разлагане на **U**, когато тя е изродена. За тези случаи разлагането се извършва като при разлагането матрицата **D** има толкова нулеви елементи, колкото е дефектът на **U**. На нулевите колони на **U** ще съответстват нулеви редове в **T**.

Ако са определени предварително само ЕВО за определяне координатите на точките от снимката могат да бъдат използвани формули имащи вида :

$$N = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ B_X^{\copyright} & B_Y^{\copyright} & B_Z^{\copyright} \\ X^{\copyright} & Y^{\copyright} & Z^{\copyright} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ X & Y & Z \\ X^{\copyright} & Y^{\copyright} & Z^{\copyright} \end{bmatrix}}; N^{\copyright} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ B_X & B_Y & B_Z \\ X & Y & Z \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ X & Y & Z \\ X^{\copyright} & Y^{\copyright} & Z^{\copyright} \end{bmatrix}} \tag{124}$$

Процесът е сходим ако няма груби грешки. Оценката на точността се извършва по стандартната схема на МНМК, като се използват корелационни матрици, получени в процеса на решението. Трябва да се подчертае също, че обикновено като измерени величини в изравнението влизат образните координати, като не се отчита корелационната зависимост между образни координати и измерените паралакси (счита се че тази корелация е слаба, което е потвърдено от практиката). Това води до нарушаване на строгостта на разглеждане, от гледна точка на МНМК, използван най-често при получаване на аналитичния модел. При тази предпоставка най-често за създаване на аналитичен модел се прилага параметрично изравнение по МНМК, като за уравнения на измерванията се използват уравненията за колинеарност, а неизвестни параметри са ЕВО на снимките ("метод на единичните връзки").

Същността на фототриангулацията, се състои в построяването на модел на местността (по измерени на снимките образни координати и паралакси) и след това ориентиране на този модел в геодезическа система от координати. Фототриангулация се разделя на три основни групи:

първа група е основана на построението и изравнението на проектиращи връзки. Величини, подлежащи на изравнение при нея са резултати от измерванията (координати и паралакси на точки от снимката);

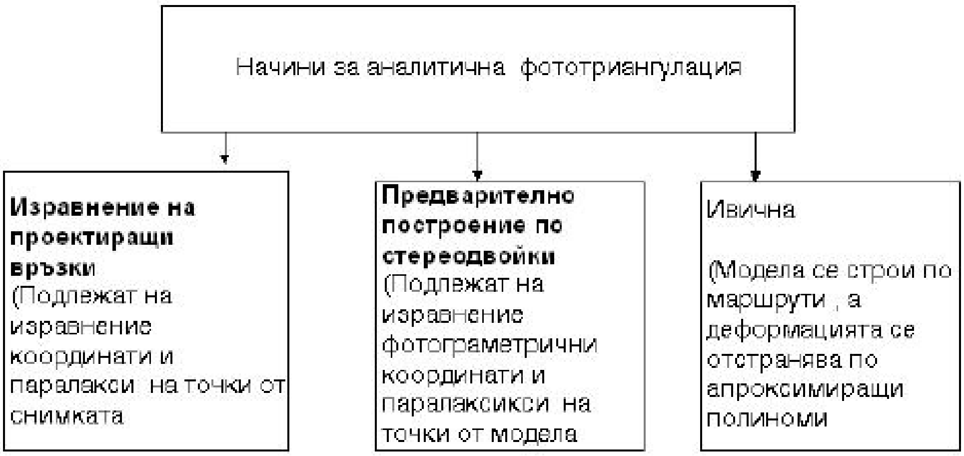
втората група от методи се базира на предварително построение по стерео двойки на модел на местността. В изравнението тук участват фотограметричните координати на точките от модела;

В *третата група* първоначално се строи мрежата в пределите на маршрута, а след това се отстранява деформацията на мрежата по апроксимиращи полиноми.

Счита се, че най-строги от гледна точка на обработката по МНМК са способите от първа група. Все пак като недостатък на тази група авторите посочват големия брой неизвестни в уравненията на поправките, които тук достигат до няколко десетки хиляди.

Въпреки сегашното ниво и възможности на Изчислителната техника, което позволява обработката на такива големи изчислителни ресурси, сега се разработват начини за намаляване порядъка на изходната система уравнения или пък за предлагане на методики за разкриване на паралелизми при отделни етапи от организирането и изпълнението на изчислителния процес. (Такива са използването на рекурсивни връзки и релационни бази от данни).

Класификационна схема на видовете построения при аналитичната фототриангулация е показана на (фиг.50).



(Фиг.50)

При методите от втората и третата група на изравнение подлежат не величини, които са измервани, а техни функции. Тук обаче е възможно използването на Изчислителна техника със значително по-скромни възможности.

Всички групи се основават на предположението, че резултатите от измерването не съдържат систематични грешки и са независими помежду си. В някои случаи измерванията се разглеждат като зависими величини и се обработват като такива по МНМК. Това води до изчисляване и запазване в паметта на машината на големи корелационни матрици. Що се отнася до начина на отчитане влиянието на систематичните грешки, то най-разпространени са фотограметричните построения на базата на лабораторни изследвания и изпитания по пътя на създаване на калибровъчни полигони.

Трудностите, възникващи при решаване на системи с голяма размерност се преодоляват по пътя на използване на матрици с клетъчна структура (**k**-алгоритъм и **z**-алгоритъм) и тяхното ортонормирано разлагане. Особеност на матрицата, характеризираща системата фотограметрични уравнения при построение и изравнение на опорни мрежи се явява нейната слаба запълненост.

Обикновено количеството на не нулевите членове не надминава 20-25%. Това позволява да се използват за съвместното решаване на уравненията такива методи и алгоритми, които са критични преди всичко към броя на не нулевите елементи. Такива са в частност градиентните методи.

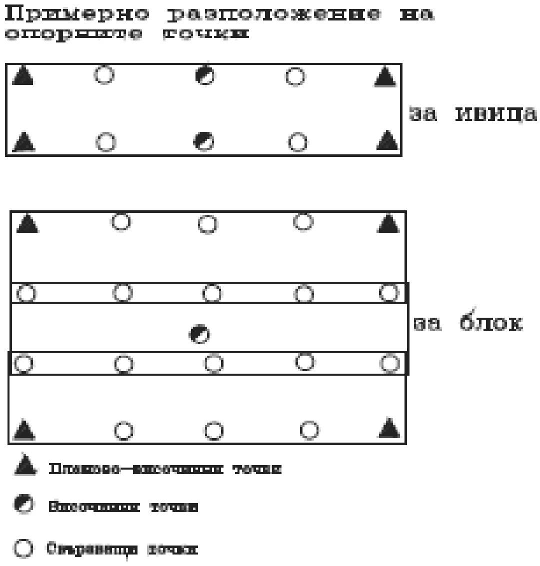
Може да се каже, че способите за изравнение при цифровата фототриангулация се разделят на :

- строги ;
- приблизителни.

При строгите начини несъвпаденията се отстраняват при подчинение на поправките на принципа на МНМК. Посочва се, че една от големите трудности при изчисляване и изравнение на пространствената фототриангулация е надеждното определяне на ойлеровите ъгли на ориентация на локалните координатни системи, свързани с положението на камерата в момента на снимане. Често пъти се стига до неопределеност на един от тези ориентировъчни елементи. Изход от това положение се намира чрез прилагане на специално ориентирани геодезически декартови координатни системи или чрез използване на елементи, които са независими от ориентацията на локалните координатни системи, спрямо общата геодезическа пространствена система. Най- често при аналитичната фототриангулация се стига до условно изравнение с неизвестни параметри, което е най-обща стандартна задача при МНМК.

При не строгите методи обикновено се използва параметрично изравнение, без да се отчитат условни уравнения, съществуващи реално между параметрите. Като нарушение на строгостта при използване на апарата на МНМК може да се счита и факта, че при методиките, използващи параметрично изравнение не винаги участват непосредствено измерени величини, а техни функции (използването на образни координати, вместо измерените образни координати и паралакси).

Едно предимство на блоковата аналитична фототриангулация пред маршрутната (ивичната) е възможността да се построи модела на местността с минимален брой опорни точки, разположени в краищата на блока.



(фиг.51)

Като метод за фотограметрично сгъстяване на опорни точки аналитичната

фототриангулация има съществени предимства пред аналоговата. По важните от тях са:

• приблизителните стойности на ЕВО могат да се познават грубо (в рамките на 200-300 м за линейните елементи, а за ъгловите приблизителните стойности за въздушни снимки могат да се приемат за нули);

• възможно е построяването на модел на ивица или блок, независимо от превишенията между точките;

• съществува възможност, за разлика от аналоговата фототриангулация, едновременно да се определят както координатите на точките така и ЕВО на снимките;

• не е необходимо обработваните снимки да са в централна проекция;

• изчислителните процеси позволяват да се изгради база данни и да се използва СУБД (Система за управление на базата данни) за решаване на определени задачи.