Точност на цифровото изображение. Връзка с непрекъснатото изображение

Точността на получаваното цифрово изображение зависи от параметрите на процесите на *дискретизация* и *квантоване*. За да може да се извършва обработката на изображението в цифрова форма, то е необходимо да се преобразува непрекъснатото поле на постъпващото изображение в скаларно поле. Съответствието между непрекъснатото и цифровото изображение зависи от особеностите на тези процеси, които ще бъдат разгледани съвсем накратко.

Дискретизацията представлява заменяне на непрекъснатото входно поле **F(x,y)** с краен брой от значения (отчети), а при квантуването - значението за всяка една от точките, принадлежащо на непрекъснат диапазон от стойности, се заменя с някое измежду краен брой нива. В идеалната система за дискретизация отчетите на изходното изображение се получават посредством умножение на функцията на входния сигнал с пространствена дискретизираща функция:

$$S(x,y) = \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} \delta(x - j_1 \Delta x,\ y - j_2 \Delta y) \tag{4}$$

,състояща се от безкраен брой делта функции, зададени върху мрежа със стъпка (**Δx,Δy**). Дискретизираното изображение се описва от съотношението:

$$\begin{aligned} G_d(x,y) &= G_i(x,y).S(x,y) \\ &= \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} G_i(j_1\Delta x,\ j_2\Delta y).\delta(x - j_1\Delta x, y - j_2\Delta y) \end{aligned} \tag{5}$$

Математическа основа на анализа на пространствената точнот на изображението е методът на анализ в честотната област (*спектрален анализ*). Спектърът на дискретизирания сигнал се получава чрез двумерно Фурие преобразуване :

$$\begin{aligned} \mathfrak{G}_d(\omega_x, \omega_y) &= \iint \mathfrak{G}_d(x,y).e^{-i(\omega_x x + \omega_y y)} dx.dy \\ &= \frac{1}{\Delta x.\Delta y} \iint \mathfrak{G}_i(\omega_x - \alpha, \omega_y - \beta) \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} \delta(\alpha - j_1\omega_{xs}, \beta - j_2\omega_{ys}) d\alpha d\beta \\ &= \frac{1}{\Delta x.\Delta y} \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} \mathfrak{G}_i(\omega_x - j_1\omega_{xs}, \omega_y - j_2\omega_{ys}) \end{aligned} \tag{6}$$

Полученият резултат показва, че спектърът на дискретизираното изображение се състои от безкраен брой честотни диапазони, отместени един от друг на разстояние **2π/Δx,2π/Δy.** Необходимата стъпка на дискретизация се определя от теоремата на Котелников (Найквист). Тя трябва да е такава, че спектралните диапазони да не се припокриват. Това налага изискването честотата на дискретизация ω_{xs}, ω_{ys} да е два пъти по-висока от горната гранична честота на сигнала ω_{xc}, ω_{yc}.

$$\omega_{xc} \leq \omega_{xs}/2 \qquad \omega_{yc} \leq \omega_{ys}/2. \tag{7}$$

Ако отсъства припокриване на спектрите на дискретизираното изображение, след пропускането му през възстановяващ филтър, подтискащ честотите над ω_{xs}, ω_{ys}, спектърът на възстановеното изображение съвпада с този на входното. От еднозначността на Фурие преобразуванието следва, че съвпадат и изображенията. Дискретизираното изображение може да се разглежда като *скаларно поле*. На всяка негова точка съответства определено значение, което може да приема някоя от безкрайно много стойности от даден интервал. Чрез квантуването се замества непрекъснатото множество значения с краен набор от стойности. Това става като непрекъснатият диапазон се разделя от прагови нива. На всички стойности, попадащи между две съседни прагови нива се присвоява една и съща стойност - *ниво на квантуване*. Оптималното положение на нивата на квантуване се определят от минимума на средно-квадратната грешка от заместването на праговите нива с нивата на квантуване. При голям брой нива и слабо изменение на функцията на плътност на поява между тях **p(f)** се получава, че нивата на квантуване трябва да лежат по средата между праговите нива. Оптималното положение на праговите нива също се определя от минимума на общата средно-квадратна грешка, чрез използване на метода на множителите на Лагранж.

$$d_j = \frac{(a_U - a_L)\int_{a_L}^{a_j} [p(f)]^{-1/3} df}{\int_{a_L}^{a_U} [p(f)]^{-1/3} df} + a_j$$

$$\text{където } a_j = \frac{j.(a_U - a_L)}{J} + a_L , \tag{8}$$

a_U - максимално ниво, **J** - брой нива,

p[f] е плътност на разпределение на градационните нива.

Получените резултати показват, че при зададено пространствено разрешение на входното изображение и точност на определяне на нивото, които на практика не са безкрайни, то непрекъснатото входно изображение може еднозначно да се представи с краен брой отчети, кодирани с краен брой стойности, съответстващи на нивата на квантуване. Това представлява цифровата форма на съответното изображение. Познаването на връзката между непрекъснатото и цифровото изображение позволява оптимално да се подбират параметрите на входното преобразуване в зависимост от особеностите на постъпващото изображение (или пределните технически параметри на входните преобразуватели) или е в зависимост от изискванията за точност при решаваните задачи. Поради изложените причини процесът на оцифряване влияе върху следващите етапи на обработка.

Пространственото разрешение на цифровото изображение се свързва с разрешението на непрекъснатото изображение чрез зависимостта:

$$\Delta\xi = \frac{1000}{2.R} \ [\mu m] \tag{9}$$

Оценките по (9) дават съответно стойности на растера: (Таблица 2)

Таблица 2

R [lin/mm]	Δξ [μm]
35	10,0
50	7,0
100	3,5
150	2,3

Получените оценки показват, че за да се получи точност съизмерима с непрекъснатото изображение е необходимо да се ползва малък размер на стъпката на сканиране. Зависимостта, която свързва растера на сканиране и пространственото разрешение има вида:

$$\Delta X = m.\Delta\xi = \frac{m.25,4}{1000.r} = \frac{H.25,4}{1000.f.r} \tag{10}$$

,където **H** е височината на летене над съответния обект, а **f** – фокусното разстояние на камерата.